

## Дослідження особливостей фазовоперехідних процесів в газо-рідинних системах

А. М. Павленко, Б. А. Кутний, Н. М. Абдуллах

*Роботу присвячено дослідженню перехідних тепломасообмінних процесів які відбуваються в рідині, що оточує газопарову бульбашку. Запропоновано метод цифрового рішення, який дозволяє розраховувати температурні поля в рідині з урахуванням фазових переходів, руху стінки бульбашки та теплообмінних процесів біля її поверхні. Також враховано зміну теплофізичних характеристик рідини при зміні її температури. Результати досліджень можуть застосовуватися для оптимізації різноманітних технологічних процесів пов'язаних з кавітацією, кипінням та утворенням газових гідратів*

*Ключові слова: теплофізичні характеристики газонасиченої рідини, газопаровий пухирець, теплообмін в двофазному середовищі, фазові перетворення*

### 1. Вступ

В багатьох робочих процесах газопарові пухирці відіграють головну технологічну роль. В якості прикладу зазначимо наступні технології: дегазація води, перегонка нафтопродуктів, очищення поверхонь кавітацією, гомогенізація палива, змішування колоїдних розчинів, піноутворення в харчовій промисловості, тощо. Сучасні технології виготовлення теплоізоляційних матеріалів [1], опріснення морської води за допомогою гідрату ізобутану [2–4], отримання гідрату природного газу [5, 6] для транспортування та зберігання також ґрунтуються на тепломасообмінних процесах в газорідинних системах.

Зазвичай утворення та існування газопарових бульбашок супроводжується інтенсивними теплообмінними, масообмінними та фазовоперехідними процесами. Складність здійснення «прямих» спостережень (малі розміри бульбашок, висока швидкість процесів) зумовили широке застосування методів математичного моделювання для дослідження. Математичні моделі дозволяють визначити найбільш впливові фактори та оптимізувати технологічні процеси. Коректність математичних моделей газопарових бульбашок визначається точністю урахування всіх теплофізичних процесів у рідині та газі.

Як правило, відомі методи розрахунку тепломасообмінних процесів такого типу лише наближено враховують температурний режим рідини та фазовоперехідні процеси, що відбуваються навколо газопарових бульбашок. Урахування перехідних процесів у рідині дозволить суттєво підвищити точність розрахунку та розширити межі застосування таких математичних моделей. Саме тому дослідження в даному напрямку є надзвичайно актуальними.

## **2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми**

Для підвищення точності моделювання теплообмінних процесів у газопаровій бульбашці необхідно враховувати перенесення теплоти в середовищі рідини. Ряд авторів приймають температуру рідини постійною: при розрахунку спучення матеріалів [1], при визначенні термодинамічних характеристик парових [7] та кавітаційних бульбашок [8]. В роботі [9] температура рідини описується експоненційною функцією, котра не залежить від часу та напрямку руху стінки бульбашки. Деякі автори [10] вважають теплообмінний шар рідини настільки тонким, що кривизну поверхні бульбашки можна не враховувати. Проте, такі припущення можливі лише для дуже обмеженої групи задач. В роботі [11] для кавітаційних та в роботі [12] для парових бульбашок, наведено аналітичне вирішення задачі нестационарної теплопровідності в шарі рідини, що оточує осцилюючу бульбашку. Внаслідок введених автором припущень, у вирішенні даної задачі отримано розв'язок, у якому теплообмінний шар рідини рівний радіусу бульбашки і не залежить від теплофізичних характеристик рідини. В роботі [13] враховано лише теплопровідність в рідині, без урахування фазовоперехідних процесів. Огляд вищенаведених літературних джерел показує, що фазовоперехідні процеси в рідині, яка оточує газопарову бульбашку, досліджені недостатньо.

Температурний режим газу всередині бульбашки може змінюватися у широких межах: від температури нижчої за температуру замерзання рідини у періоди «росту» бульбашки до температури вищої за температуру кипіння рідини в періоди стискання бульбашки. Зміна фазового стану рідини призводить до значної зміни тепломасообмінних процесів на її границі.

Для розширення меж математичного моделювання газопарової бульбашки необхідно врахувати фазовоперехідні процеси теплопередачі в рідині, що оточує газопарову бульбашку. Внаслідок цього теплофізичні характеристики речовини на границі з бульбашкою можуть суттєво змінюватися. Особливостями даної задачі є рух стінки бульбашки, швидкість якої, в окремі моменти часу може сягати декількох десятків метрів за секунду.

## **3. Мета і завдання дослідження**

Метою даної роботи є створення математичної моделі передачі теплоти в рідині яка оточує осцилюючу газопарову бульбашку. Теплообмінні процеси в рідині можуть супроводжуватися зміною агрегатного стану та теплофізичних характеристик.

Для досягнення цієї мети були поставлені такі завдання:

- урахувати в математичній моделі нестационарні процеси зміни агрегатного стану рідини та зміну її теплофізичних характеристик;
- за допомогою математичного моделювання виконати розрахунок фазовоперехідних процесів у рідині, що оточує газопарову бульбашку;
- оцінити температурний режим в рідині за різних початкових умов.

#### 4. Математична модель фазовоперехідних процесів у рідині

Для розробки математичної моделі теплопередачі в рідині застосовано наступні спрощуючі припущення:

- біля поверхні бульбашки задано граничні умови другого роду;
- газопарова бульбашка має сферичну форму і оточена безкінечною кількістю рідини;
- центр бульбашки відносно рідини не переміщується.

Для визначення температури в товщі рідини, яка оточує газопарову бульбашку, необхідно розглянути процес теплопередачі в рідині. Для розрахунку теплопередачі шляхом теплопровідності зазвичай застосовують рівняння теплопровідності Фур'є, а урахувати конвекцію можна застосувавши ефективний коефіцієнт теплопровідності.

Позначимо через « $x$ » координату, по якій змінюється радіус бульбашки. Для визначення невідомої температури на поверхні бульбашки та в масиві рідини ( $T_{(x,\tau)}$ ) можна застосувати нелінійне рівняння теплопровідності Фур'є для кулі з урахуванням рухливості стінок [9] та дії об'ємних джерел теплоти

$$\frac{\partial(\rho_r c_r T_{(x,\tau)})}{\partial \tau} + \dot{x} \frac{\partial(\rho_r c_r T_{(x,\tau)})}{\partial x} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_r x^2 \frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial x} \right) + q_{v(x,T)}, \quad (1)$$

де  $\rho_r$  – густина рідини,  $\text{кг/м}^3$ ;  $c_r$  – її теплоємність,  $\text{Дж/(кг}^\circ\text{C)}$ ;  $\tau$  – часова координата,  $\text{с}$ ;  $\dot{x}$  – швидкість зміни радіуса бульбашки,  $\text{м/с}$ ;  $\lambda_r$  – ефективний коефіцієнт теплопровідності рідини,  $\text{Вт/(м}^\circ\text{C)}$ ;  $q_v$  – потужність об'ємних джерел теплоти,  $\text{Вт/м}^3$ . В результаті теплообмінних процесів на границі бульбашки рідина може змінювати свої теплофізичні характеристики, тому задачу будемо розв'язувати як нелінійну. Застосування джерел теплоти робить рівняння (1) неоднорідним.

Зважаючи на те, що біля поверхні бульбашки відомий питомий тепловий потік ( $q$ ), запишемо граничну умову другого роду

$$-\frac{\partial \lambda_r T_{(R,\tau)}}{\partial x} = q_{(R,\tau)}. \quad (2)$$

Рівняння (2) враховує зміну коефіцієнту теплопровідності на границі бульбашки, наприклад у разі замерзання рідини.

В такій постановці задачу зручно розв'язувати методом кінцевих елементів. Для опису теплопровідності в рідині, яка оточує бульбашку радіусом  $R$ , розділимо шар рідини на ряд концентричних оболонок ( $i$ ), рис. 1. Задамо розподіл мас кожної оболонки

$$m_{r(2)} = 2K_r m_{r(1)}, \quad (3)$$

$$m_{r(i)} = K_r m_{r(i-1)},$$

де  $m_{r(1)}$  – маса оболонки 1-го (внутрішнього) шару, кг;  $m_{r(i)}$  – маса кожної наступної оболонки, кг;  $K_r$  – коефіцієнт пропорційності. Цей коефіцієнт дозволяє «згустити» сітку елементів біля границі бульбашки і «розрідити» в більш глибоких шарах рідини. Він застосовується для оптимізації розрахунків і його типові значення знаходяться в межах 1,5–2.

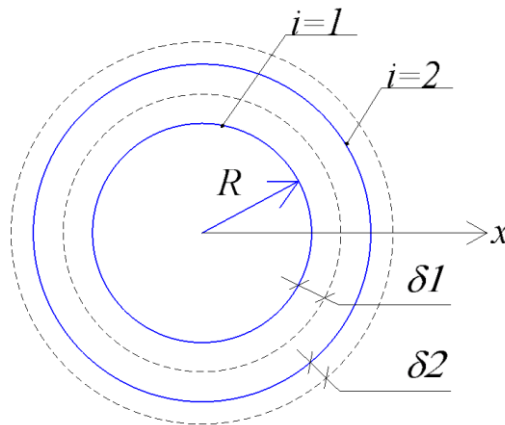


Рис. 1. Схема поділу рідини на ряд концентричних оболонок

Визначимо температуру на внутрішній поверхні першої (внутрішньої) оболонки. Для цього складемо рівняння теплового балансу першої оболонки

$$Q_{AK} = Q_1 + Q_2 + Q_\Phi, \quad (4)$$

де  $Q_{AK}$  – тепловий потік, який акумулюється і призводить до зростання температури даної оболонки, Вт;  $Q_1$  – тепловий потік, який відводиться з поверхні бульбашки в парогазове середовище, Вт;  $Q_2$  – тепловий потік, який надходить з другого шару рідини в перший, Вт;  $Q_\Phi$  – тепловий потік, який призводить до збільшення маси твердої фази (напр. льоду), Вт. Розкриємо значення цих теплових потоків.

Тепловий потік, який акумулюється в оболонці і призводить до підвищення її температури, можна визначити за відомою формулою

$$Q_{AK} = m_{r(1)} c_{r(1)} \frac{dT_{(R,\tau)}}{d\tau}, \quad (5)$$

де  $c_{r(1)}$  – теплоємність середовища 1-ї оболонки, Дж/(кг°С). Тепловий потік, який відводиться з поверхні бульбашки в її парогазове середовище запишемо як граничну умову 2-го роду. Відведення теплоти призведе до зменшення температури оболонки, тому даний тепловий потік є від'ємним

$$Q_1 = -F_R q_{(R,\tau)}, \quad (6)$$

де  $F_R$  – площа теплообмінної поверхні, м<sup>2</sup>.

Тепловий потік від зовнішньої оболонки до внутрішньої зручніше розглядати у межах одного шару, для якого в даний момент часу  $\lambda_{r(i)} = \text{const}$ .

$$Q_2 = \frac{4\pi\lambda_{r(1)}(T_{(R+\delta 1,\tau)} - T_{(R,\tau)})}{\frac{1}{r_{(1)}} - \frac{1}{r_{(1)} + \delta 1}}. \quad (7)$$

Збільшення маси твердої фази потребує відведення теплової енергії з розрахункової оболонки і тому є додатним джерелом теплової енергії

$$Q_\Phi = r_\Phi \frac{dm_{\Phi(1)}}{d\tau}, \quad (8)$$

де  $r_\Phi$  – теплота фазового переходу, Дж/кг;  $m_{\Phi(1)}$  – маса твердої фази оболонки 1-го (внутрішнього) шару, кг.

Враховуючи значення окремих теплових потоків, формули (5)–(8), для внутрішньої оболонки можна записати загальне диференціальне рівняння теплового балансу

$$m_{r(1)} c_{r(1)} \frac{dT_{(R,\tau)}}{d\tau} = -F_R q_{(R,\tau)} + \frac{4\pi\lambda_{r(1)}(T_{(R+\delta 1,\tau)} - T_{(R,\tau)})}{\frac{1}{r_{(1)}} - \frac{1}{r_{(1)} + \delta 1}} + r_\Phi \frac{dm_{\Phi(1)}}{d\tau}. \quad (9)$$

Остання складова рівняння (9) існує лише за певних умов, котрі необхідно задавати окремо. У межах одного ітераційного кроку радіус оболонки залишається постійним і для зручності розрахунків можна позначити

$$K_1 = \frac{\lambda_{r(1)}}{\frac{1}{r_{(1)}} - \frac{1}{r_{(1)} + \delta 1}} = \frac{\lambda_{r(1)}}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R + \delta 1}}. \quad (10)$$

Тепер, диференціальне рівняння, яке визначає температуру на поверхні внутрішнього шару бульбашки має вигляд

$$\frac{dT_{(R,\tau)}}{d\tau} = \frac{4\pi}{m_{r(1)} c_{r(1)}} \left( -R^2 q + K_1 (T_{(R+\delta 1,\tau)} - T_{(R,\tau)}) + r_\Phi \frac{dm_{\Phi(1)}}{d\tau} \right). \quad (11)$$

В умовах відсутності масообмінних процесів маса 1-го шару залишається незмінною, тому

$$m_{r(1)} = \frac{4}{3} \pi \rho_{r1} \left[ (R + \delta l)^3 - R^3 \right] = \text{const.}$$

Звідки можна визначити зовнішній радіус 1-ї оболонки

$$R + \delta l = \sqrt[3]{r_R^3 + \frac{3m_{r(1)}}{4\pi\rho_{r1}}} = \sqrt[3]{R^3 + \frac{3m_{r(1)}}{4\pi\rho_{r1}}}. \quad (12)$$

Аналогічним чином можна записати диференційні рівняння для усіх наступних оболонок

$$m_{r(i)} c_{r(i)} \frac{dT_{(x,\tau)}}{d\tau} = \frac{4\pi\lambda_r (T_{(i-1)} - T_{(i)})}{\frac{1}{r_{(i-1)}} - \frac{1}{r_{(i)}}} - \frac{4\pi\lambda_r (T_{(i)} - T_{(i+1)})}{\frac{1}{r_{(i)}} - \frac{1}{r_{(i+1)}}} + r_\Phi \frac{dm_{\Phi(i)}}{d\tau}. \quad (13)$$

З урахуванням нелінійності задачі, різницю температур сусідніх шарів зручніше замінити на різницю температур між серединою шару та його краями (границями)

$$\frac{dT_{(r_i,\tau)}}{d\tau} = \frac{4\pi}{m_{r(i)} c_{r(i)}} \left( K_3 (T_{(r_i-\delta i,\tau)} - T_{(r_i,\tau)}) - K_1 (T_{(r_i,\tau)} - T_{(r_i+\delta i,\tau)}) \right) + \frac{q_{v(i)}}{\rho_{r(i)} c_{r(i)}}. \quad (14)$$

де  $T_{(r_i+\delta i,\tau)}$  – температура на зовнішній границі  $i$ -ї оболонки, °C;  $T_{(r_i-\delta i,\tau)}$  – температура на внутрішній границі  $i$ -ї оболонки, °C. На кожному ітераційному крокові ці температури визначаються з урахуванням товщини та теплопровідності сусідніх шарів.

Температура на зовнішній границі  $i$ -ї оболонки

$$T_{(r_i+\delta i,\tau)} = \frac{K_1 T_i + K_2 T_{i+1}}{K_1 + K_2}. \quad (15)$$

Температура на її внутрішній границі

$$T_{(r_i-\delta i,\tau)} = \frac{K_4 T_{i-1} + K_3 T_i}{K_4 + K_3}. \quad (16)$$

Коефіцієнти  $K_1, K_2, K_3, K_4$  визначаються за наступними формулами:

$$K_1 = \frac{\lambda_{r(i)}}{\frac{1}{r_{(i)}} - \frac{1}{r_{(i)} + \delta_{(i)}}}, \quad (17)$$

$$K_2 = \frac{\lambda_{r(i+1)}}{\frac{1}{r_{(i)} + \delta_i} - \frac{1}{r_{(i+1)}}}, \quad (18)$$

$$K_3 = \frac{\lambda_{r(i)}}{\frac{1}{r_{(i)} - \delta_{(i)}} - \frac{1}{r_{(i)}}}, \quad (19)$$

$$K_4 = \frac{\lambda_{r(i-1)}}{\frac{1}{r_{(i-1)}} - \frac{1}{r_{(i)} - \delta_i}}. \quad (20)$$

Розглядаючи об'єми оболонок можна визначити їх радіуси

$$\begin{aligned} V_{(i)} - V_{(i-1)} &= \frac{4\pi}{3} (r_{(i)}^3 - r_{(i-1)}^3) = \\ &= \frac{1}{2} V_{(i-1)} + \frac{1}{2} V_{(i)} = \frac{1}{2} \left( \frac{m_{r(i-1)}}{\rho_{r(i-1)}} + \frac{m_{r(i)}}{\rho_{r(i)}} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

З (21) середній радіус  $i$ -ї оболонки знаходимо за формулою

$$r_{(i)} = \sqrt[3]{r_{(i-1)}^3 + \frac{3}{8\pi} \left( \frac{m_{r(i-1)}}{\rho_{r(i-1)}} + \frac{m_{r(i)}}{\rho_{r(i)}} \right)}. \quad (22)$$

Оскільки маса першої оболонки не ділиться навпіл – для 2-ї оболонки радіус визначається за наступною формулою

$$r_{(2)} = \sqrt[3]{R^3 + \frac{3}{4\pi} \frac{m_{r(1)}}{\rho_{r1}} + \frac{3}{8\pi} \frac{m_{r(2)}}{\rho_{r2}}}. \quad (23)$$

Враховуючи, що маси зовнішньої та внутрішньої половинок оболонки рівні між собою, радіуси також можна визначити за аналогічними формулами. Зовнішній радіус  $i$ -ї оболонки

$$r_{(i)} + \delta_i = \sqrt[3]{r_{(i)}^3 + \frac{3m_{r(i)}}{8\pi\rho_{r(i)}}}. \quad (24)$$

Внутрішній радіус  $i$ -ї оболонки

$$r_{(i)} - \delta_i = \sqrt[3]{r_{(i)}^3 - \frac{3m_{r(i)}}{8\pi\rho_{r(i)}}}. \quad (25)$$

В окремі моменти часу в різних оболонках можуть створюватися сприятливі умови для здійснення фазового переходу. При цьому потрібно враховувати три складових: температурний режим, масу твердої та рідкої фаз, дію об'ємних джерел теплоти. Умови фазового переходу першого роду складаються з двох частин: умова намерзання льоду та умова танення льоду. Умова намерзання льоду

$$T_{(r_i, \tau)} \leq T_\Phi \text{ та } m_{\Lambda(r_i, \tau)} < m_{(r_i, \tau)} \text{ та } Q_{\Phi(r_i, \tau)} > 0, \quad (26)$$

де  $T_\Phi$  – температура фазового переходу, °C;  $m_{\Lambda(r_i, \tau)}$  – маса твердої фази в  $i$ -му шарі у будь-який момент часу, кг;  $Q_{\Phi(r_i, \tau)}$  – тепловий потік, який відводиться з  $i$ -го шару для здійснення фазового переходу, Вт.

Умова танення льоду

$$T_{(r_i, \tau)} \geq T_\Phi \text{ та } m_{\Lambda(r_i, \tau)} > 0 \text{ та } Q_{\Phi(r_i, \tau)} < 0. \quad (27)$$

Якщо у  $i$ -му шарі відбувається фазовий перехід, то температура цього шару не змінюється і

$$\frac{dT_{(r_i, \tau)}}{d\tau} = 0.$$

У цьому випадку потужність об'ємних джерел теплоти можна визначити за формулою

$$0 = \frac{4\pi}{m_{r(i)}c_{r(i)}} \left( K_3 \left( T_{(r_i - \delta i, \tau)} - T_{(r_i, \tau)} \right) - K_1 \left( T_{(r_i, \tau)} - T_{(r_i + \delta i, \tau)} \right) \right) + \frac{q_{v(i)}}{\rho_{r(i)}c_{r(i)}}.$$

Звідки, після спрощення, отримаємо

$$q_{v(i)} = \frac{4\pi}{V_{r(i)}} \left( K_3 \left( T_{(r_i, \tau)} - T_{(r_i - \delta i, \tau)} \right) - K_1 \left( T_{(r_i + \delta i, \tau)} - T_{(r_i, \tau)} \right) \right). \quad (28)$$



Аналогічним чином можна знайти потужність об'ємних джерел теплоти для 1-ї оболонки

$$q_{v(1)} = \frac{4\pi}{V_{r(1)}} \left( R^2 q - K_1 (T_{(R+\delta 1, \tau)} - T_{(R, \tau)}) \right). \quad (29)$$

Знаючи інтенсивність об'ємних джерел можна визначити зміну маси твердої фази.

$$m_{\Lambda(r_i, \tau + \Delta\tau)} = m_{\Lambda(r_i, \tau)} + \frac{q_{v(i)} \cdot \Delta\tau \cdot V_{r(i)}}{r_\Phi}. \quad (30)$$

У разі фазового переходу в і-му шарі рідини буде відбуватися зміна теплофізичних властивостей. Тому, на кожному ітераційному крокові теплофізичні характеристики шарів необхідно уточнювати за формулами:

– густина

$$\rho_{r(i)} = \frac{\rho_{\Lambda(i)} m_{\Lambda(i)} + \rho_{w(i)} (m_{(i)} - m_{\Lambda(i)})}{m_{(i)}}; \quad (31)$$

– теплопровідність

$$\lambda_{r(i)} = \frac{\lambda_{\Lambda(i)} m_{\Lambda(i)} + \lambda_{w(i)} (m_{(i)} - m_{\Lambda(i)})}{m_{(i)}}; \quad (32)$$

– теплоємність

$$c_{r(i)} = \frac{c_{\Lambda(i)} m_{\Lambda(i)} + c_{w(i)} (m_{(i)} - m_{\Lambda(i)})}{m_{(i)}}. \quad (33)$$

Зміна густини, при постійній масі, призведе до зміни розміру шарів, що може ускладнити розрахунковий процес. Враховуючи, що густина і теплоємність застосовуються у вигляді добутку, зміну густини можна замінити еквівалентною зміною теплоємності. З урахуванням поправки на густину теплоємність і-го шару визначається за формулою

$$c_{r(i)} = \frac{\rho_{r(i)}}{\rho_w} \times \frac{c_{\Lambda(i)} m_{\Lambda(i)} + c_{w(i)} (m_{(i)} - m_{\Lambda(i)})}{m_{(i)}}, \quad (34)$$

де  $\rho_w$  – густина рідини при початковій температурі,  $\text{кг/м}^3$ . У цьому випадку густина усіх шарів задається однаковою  $\rho_{r(i)} = \rho_w$ .

Для розв'язку системи диференціальних рівнянь (11) та (14) застосовується метод Рунге-Кутта 4-го порядку [14]. З метою оцінки адекватності розробленої математичної моделі була написана комп'ютерна програма і виконано ряд математичних експериментів. Результати розрахунку відображено в досліді № 1–6.

## 5. Результати досліджень фазовоперехідних процесів у рідині

*Вихідні дані.* Розглянемо тепломасообмінні процеси в рідині на початковому етапі барботажного введення бульбашок газу у воду [15]. Технологічно такі процеси характерні для карбонування [16], утворення гідрату ізобутану [17] та інших гідратів [18–20]. Тривалість розрахункового інтервалу часу 3–6 мкс (мікросекунд). Часовий крок 0,005–0,01 нс, питомий тепловий потік біля поверхні бульбашки (гранична умова 2-го роду)  $1 \text{ МВт/м}^2$ . Початковий діаметр бульбашки 0,1 мм, початкова температура води  $+0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Розрахункових шарів 12, коефіцієнт  $K_r=1,5$ . Початкові значення теплопровідності, густини і теплоємності води прийняті при температурі  $+0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Теплота фазового переходу вода–лід  $335 \text{ кДж/кг}$ . Температура парогазового середовища реальної бульбашки може змінюватися в досить широких межах. Для дослідження фазовоперехідних процесів у воді бульбашку з температурою парогазового середовища нижчою за температуру фазового переходу будемо називати «холодною». Бульбашку з температурою парогазового середовища вищою за температуру фазового переходу назвемо «гарячою».

*Дослід № 1.* Розглянемо бульбашку у воді що утворилася при барботажному дроселюванні газу через щілясту насадку. Внаслідок ефекту Джоуля-Томпсона температура газу в бульбашці є нижчою за температуру оточуючої рідини. Вважаючи тиск газу в бульбашці рівним тиску води (з урахуванням сил поверхневого натягу), приймемо швидкість руху стінок бульбашки рівною 0 м/с. Результати розрахунку температурного режиму рідини, яка оточує «холодну» бульбашку, зображено на рис. 2.

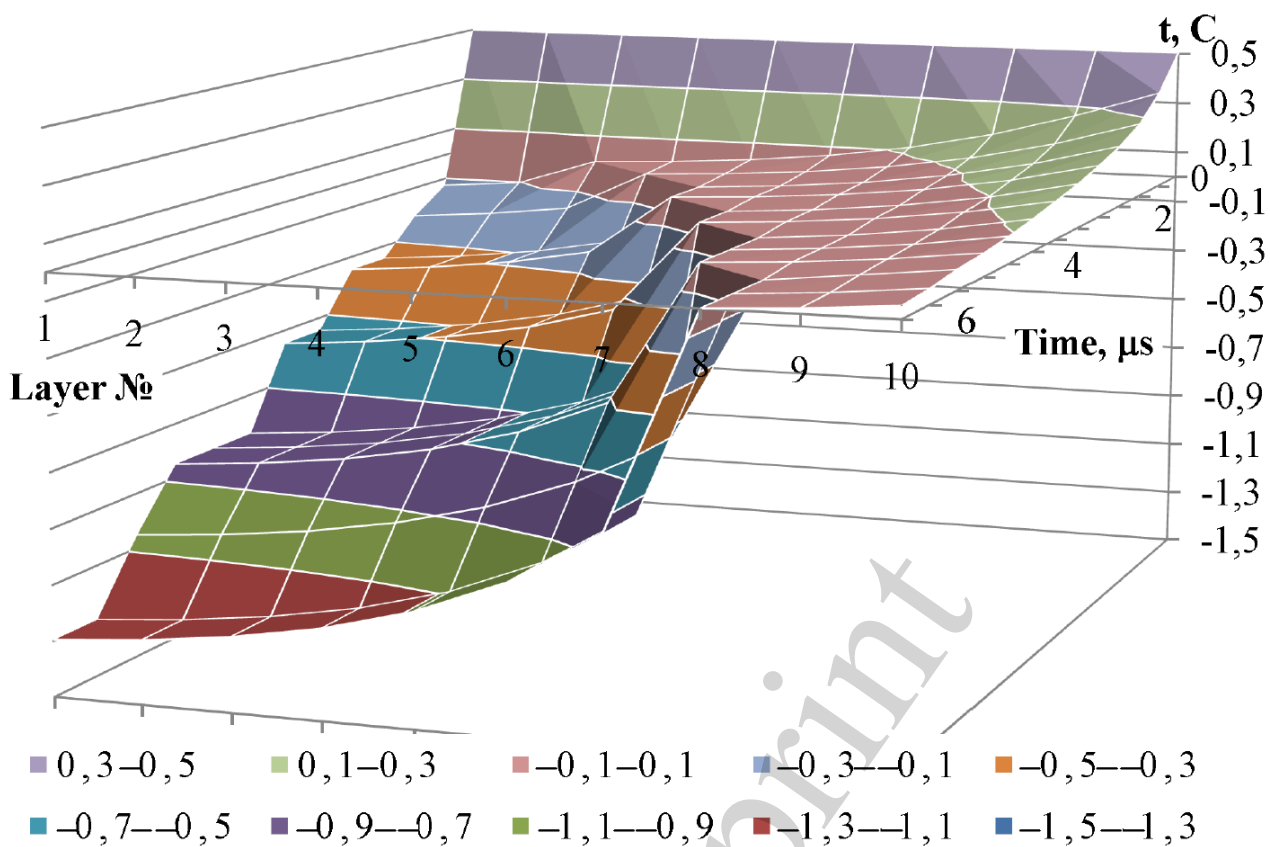


Рис. 2 Діаграма температурних полів у воді, що оточує «холодну» бульбашку з нерухомою стінкою ( $\dot{R} = 0$  м/с).

*Дослід № 2.* Якщо тиск газу в бульбашці перевищує тиск рідини – бульбашка розширяється. Розглянемо процеси в рідині під час розширення «холодної» бульбашки зі швидкістю стінки 10 м/с. Результати розрахунку зображено на рис. 3.

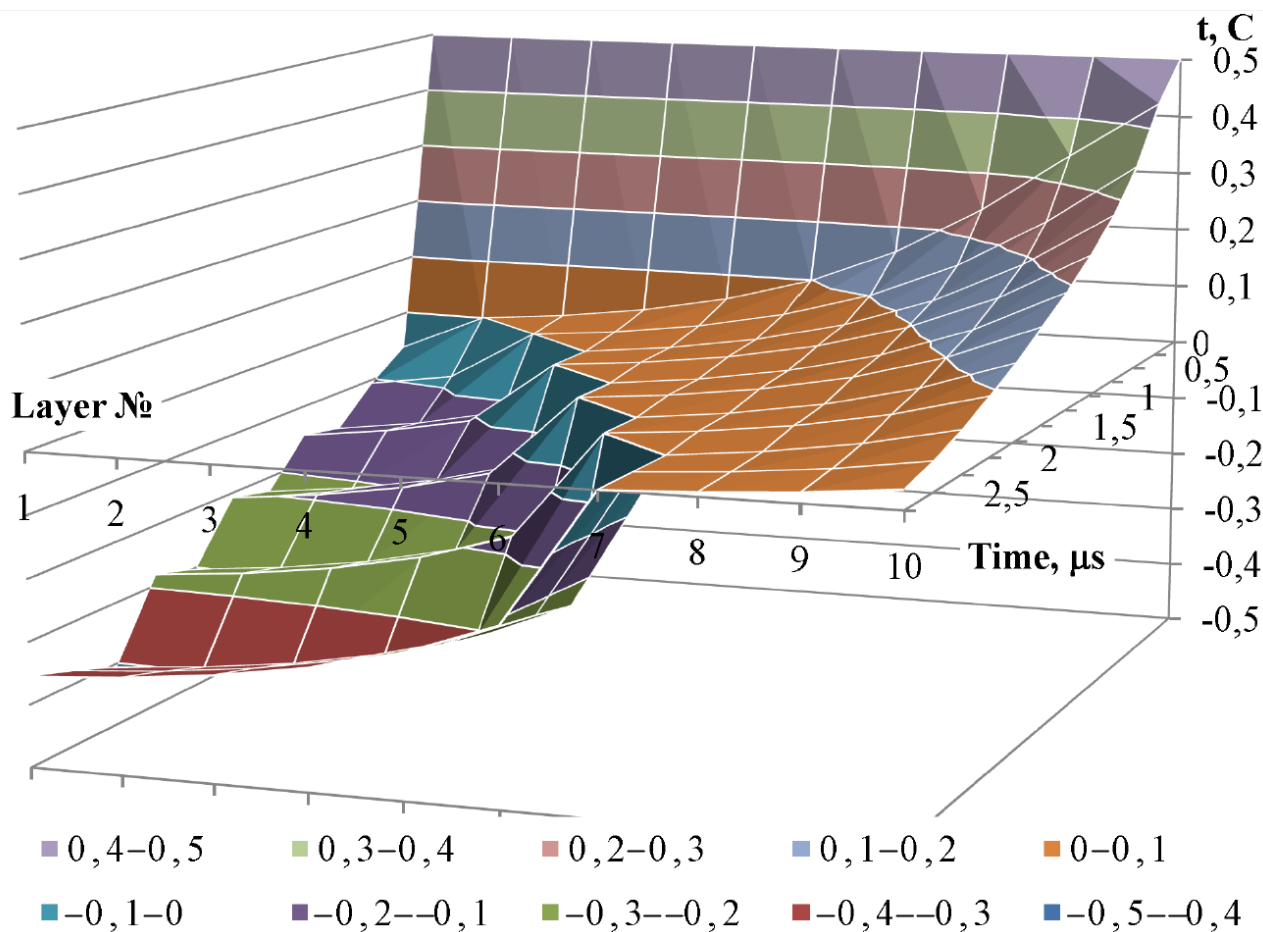


Рис. 3 Діаграма температурних полів у воді, що оточує «холодну» бульбашку, яка розширюється зі швидкістю  $\dot{R} = 10 \text{ м/с}$ .

*Дослід № 3.* В процесі осциляції фаза розширення бульбашки змінюється фазою стиснення. Розглянемо процеси в рідині в період стиснення бульбашки з «холодним» газом зі швидкістю стінки  $-10 \text{ м/с}$ . Результати розрахунку зображено на рис. 4.

Під час періоду стискання бульбашки температура газу в ній підвищується і створюються сприятливі умови для танення льодяної кірки, що утворилася в попередніх стадіях осциляції бульбашки. З часом рух стінки бульбашки сповільнюється і починається процес розширення в умовах підвищеної температури газу. Наступна серія розрахунків проведена для дослідження фазовоперехідних процесів навколо «гарячої» бульбашки.

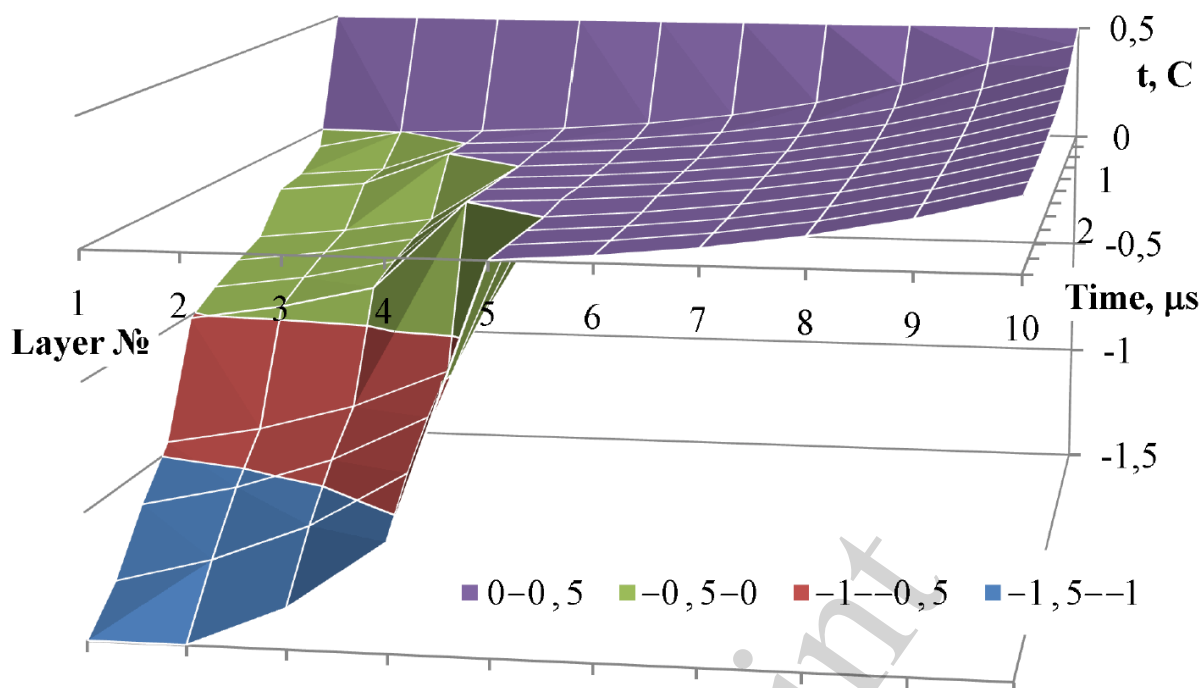


Рис. 4 Діаграма температурних полів у воді, що оточує «холодну» бульбашку, яка стискається на швидкості  $\dot{R} = -10 \text{ м/с}$ .

*Дослід № 4.* Бульбашка з «гарячим» газом нерухома і оточена льодяною кіркою. Розглянемо процес танення льоду навколо цієї бульбашки. На основі попередніх розрахунків початкову температуру льоду прийнемо на рівні  $-0,5^\circ\text{C}$ .

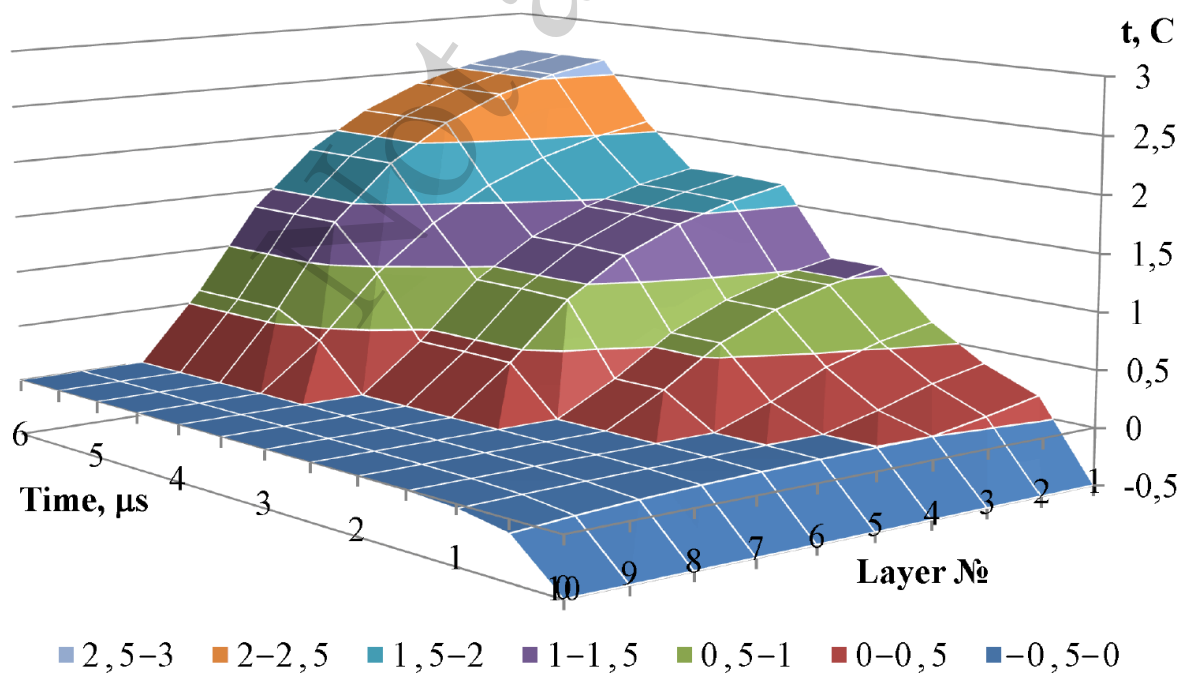


Рис. 5 Діаграма температурних полів у системі вода-лід, що оточує нерухому «гарячу» бульбашку ( $\dot{R} = 0 \text{ м/с}$ )

Дослід № 5. «Гаряча» бульбашка розширяється зі швидкістю 10 м/с. Результати розрахунку показано на рис. 6.

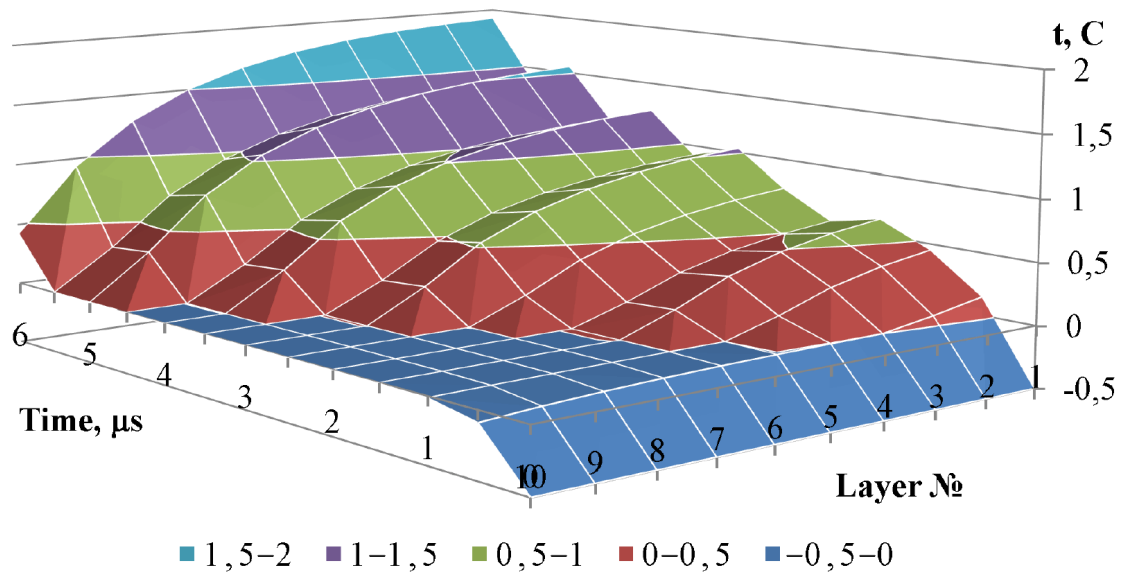


Рис. 6 Діаграма температурних полів у системі вода-лід, що оточує «гарячу» бульбашку, яка розширяється зі швидкістю  $\dot{R} = 10$  м/с

Дослід № 6. Розглянемо процес танення льоду при стисканні «гарячої» бульбашки зі швидкістю 10 м/с (рис. 7). Початкову температуру льоду прийнято на рівні  $-0,5$  °С.

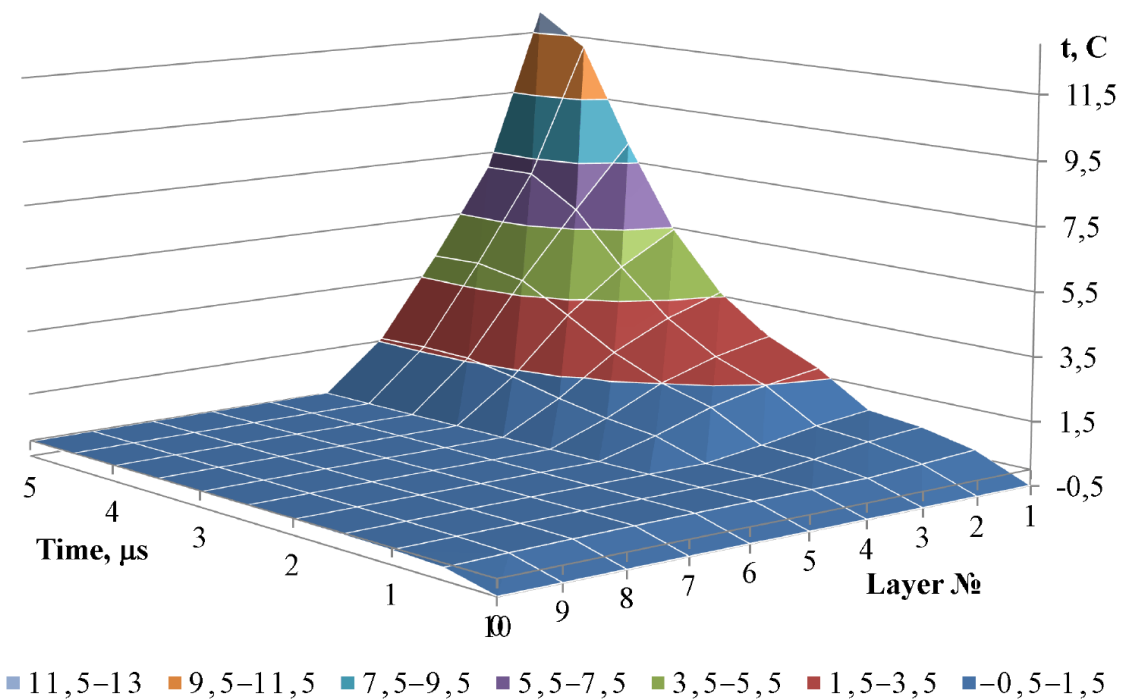


Рис. 7 Діаграма температурних полів у системі вода-лід, що оточує «гарячу» бульбашку, яка стискається зі швидкістю  $\dot{R} = -10$  м/с.

## 6. Обговорення результатів математичного моделювання фазовоперехідних процесів у рідині

Верхня частина рис. 2 показує порівняно швидке охолодження рідини до температур близьких до температури фазового переходу ( $0^{\circ}\text{C}$ ). Сам фазовий перехід спостерігаємо у вигляді майже горизонтальної площадки приблизно по центру діаграми. Ліва частина діаграми відображає процес охолодження льоду. Ступінчастий характер температури льоду пояснюється невеликою кількістю розрахункових шарів (12 шт.). За 2,0 мкс глибина промерзання склала 5 розрахункових шарів рідини навколо бульбашки.

Як бачимо на рис. 3, за 2 мкс глибина промерзання склала 6 шарів рідини. Порівняння мас промерзлих шарів досліду 1 та 2 показує, що при розширенні бульбашки промерзання рідини відбувається скоріше приблизно у 1,6 рази. Це відбувається внаслідок збільшення площі теплообмінної поверхні при збільшенні розміру бульбашки. У лівій частині діаграми температура льоду має зубчастий характер. Невеликий підйом температури спостерігається внаслідок зменшення товщини і термічного опору оболонок у процесі розширення бульбашки. Загалом зменшення товщини оболонок з твердою фазою призводить до того, що температура поверхні бульбашки знаходиться ближче до температури фазового переходу, аніж у 1-му досліді.

Наведені на рис. 4 результати розрахунку стиснення «холодної» бульбашки показують, що у цьому випадку процес промерзання рідини значно сповільнюється. Зокрема товщина льоду склала лише 60 % від варіанту з нерухомою стінкою бульбашки. Це пояснюється зменшенням площі теплообмінної поверхні. Внаслідок збільшення товщини промерзаючих шарів відбувається підвищення термічного опору і температура на внутрішній поверхні бульбашки знижується скоріше, аніж у досліді 1 та 2.

Результати розрахунку нерухомої «гарячої» бульбашки (рис. 5) показують порівняно швидке початкове прогрівання шарів льоду до температури фазового переходу. Порівнюючи результати з дослідом № 1 можна відмітити що процес танення відбувається майже з тією-ж швидкістю, що і процес замерзання. Цьому сприяє гранична умова 2-го роду. Майже у чотири рази менша теплопровідність води порівняно з льодом, призводить до більш інтенсивного нагрівання міжфазної поверхні рідина-газ.

У досліді № 5, так само, як і в досліді № 2 процес танення льоду прискорюється за рахунок збільшення поверхні теплообміну. Також відбувається повільніший підйом температури стінки та характерна «пилоподібна» форма температурного поля викликана поступовим зменшенням товщини оболонок.

Результати розрахунку стискання «гарячої» бульбашки (рис. 7) показують значне сповільнення процесу танення льоду порівняно з попереднім розрахунком. Температура внутрішніх шарів води зростає значно скоріше ніж у досліді 4 та 5. Цьому сприяють як збільшення товщини шарів води при стисненні бульбашки, так і значно менша теплопровідність води порівняно з льодом (приблизно в 4 рази). Зменшення кількості льоду, який розтав пояснюється зменшенням площі поверхні теплообміну і як наслідок, зменшенням загальної кількості теплоти, котра підводиться до міжфазної поверхні бульбашки.

Таким чином, за допомогою математичного моделювання отримано розподіл температурних полів у рідині в умовах фазовоперехідних процесів та зміни розміру бульбашки (досліди № 1–6). Виконані дослідження показують що, застосований метод кінцевих елементів (3)–(34), для математичної моделі нестационарної передачі теплоти в рідині (1)–(2), яка оточує осцилюючу газопарову бульбашку коректно відображає фізичні процеси. Вона враховує зміну теплофізичних характеристик рідини (31)–(34), зміну розміру бульбашки (12), (22)–(25), теплообмінні процеси на її границі (9) та фазовоперехідні процеси у товщі рідини (26)–(30). Створену математичну модель можна використовувати для оцінки термодинамічних параметрів двофазної рідини у різних технологічних процесах.

Запропонована методика розрахунку може застосовуватися для визначення теплофізичних характеристик рідини та пари у різноманітних технологічних процесах, пов'язаних з розчиненням газів у рідині, твердінням піни та утворенням газових гідратів.

## **7. Висновки**

1. Розроблено математичну модель нестационарної теплопровідності осцилюючої стінки бульбашки, яка враховує зміну агрегатного стану та теплофізичних характеристик речовини. Показано, що при застосуванні методу кінцевих елементів вона представляє собою систему нелінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку. Урахування в математичній моделі зазначених особливостей дозволяє у будь-який момент часу отримувати значення температур рідкої та твердої фаз при зміні розміру бульбашки, зміні напрямку теплового потоку на її границі.

2. Для аналізу коректності математичного моделювання перехідних процесів у рідині виконано ряд оціночних розрахунків (дослідів). Їх суть полягала у перевірці відтворення математичною моделлю різних термодинамічних умов та режимів газопарової бульбашки: нагрівання і охолодження разом з фазовоперехідними процесами, стискування та розширення. Для кожного дослідів побудовано діаграму температурних полів у речовині, що оточує газопарову бульбашку.

3. Результати розрахунку для нерухомої бульбашки діаметром 0,1 мм при граничній умові 2-го роду показали, що швидкість намерзання льоду і швидкість його танення майже рівні, проте температура на міжфазній поверхні газ-вода приблизно у чотири рази більша за температуру поверхні газ-лід, що відповідає співвідношенню теплопровідності води та льоду. Температура в області фазового переходу рідина-лід практично постійна.

Порівняння мас промерзлих шарів показує, що при розширенні бульбашки промерзання рідини та танення льоду відбувається скоріше ніж у нерухомій бульбашці приблизно у 1,6 рази. При стисканні бульбашки товщина льоду що утворився чи розтав приблизно в 1,7 рази менша порівняно з нерухомою стінкою бульбашки.

Аналіз отриманих результатів показав, що вони є прогнозованими і повністю відповідають фізичним уявленням про перебіг теплообмінних та фазовоперехідних процесів у рідині.



## Література

1. Pavlenko, A. M. Regularities of Boiling-Up of Emulsified Liquids [Text] / A. M. Pavlenko, B. I. Basok // Heat Transfer Research. – 2005. – Vol. 36, Issue 5. – P. 419–424. doi: 10.1615/heattransres.v36.i5.90
2. Якушев, В. С. Современное состояние газогидратных технологий [Текст] / В. С. Якушев, В. Г. Квон, Ю. А. Герасимов, В. А. Истомин. – М.: ООО «ИРЦ Газпром», 2008. – 88 с.
3. Takeya, S. Self-preservation effect and dissociation rates of CH<sub>4</sub> hydrate [Text] / S. Takeya, T. Ebinuma, T. Uchida, J. Nagao, H. Narita // Journal of Crystal Growth. – 2002. – Vol. 237-239. – P. 379–382. doi: 10.1016/s0022-0248(01)01946-7
4. Stem, L. A. Temperature, pressure, and compositional effects on anomalous or "self" preservation of gas hydrates [Text] / L. A. Stem, S. Circone, S. H. Kirby, W. B. Durham // Canadian Journal of Physics. – 2003. – Vol. 81, Issue 1-2. – P. 271–283. doi: 10.1139/p03-018
5. Behkish, A. Novel correlations for gas holdup in large-scale slurry bubble column reactors operating under elevated pressures and temperatures [Text] / A. Behkish, R. Lemoine, R. Oukaci, B. I. Morsi // Chemical Engineering Journal. – 2006. – Vol. 115, Issue 3. – P. 157–171. doi: 10.1016/j.cej.2005.10.006
6. Hashemi, S. Dynamic Simulation of Gas Hydrate Formation in an Agitated Three-Phase Slurry Reactor [Text] / S. Hashemi, A. Macchi, P. Servio // The 12th International Conference on Fluidization – New Horizons in Fluidization Engineering. – 2007. – P. 329–336.
7. Шагапов, В. Ш. К теории роста паровых пузырьков в метастабильной жидкости [Текст] / В. Ш. Шагапов, В. В. Коледин // Теплофизика высоких температур. – 2013. – Т. 51, № 4. – С. 543–551. doi: 10.7868/s0040364413040212
8. Веретельник, Т. И. Математическое моделирование кавитационного потока жидкости в химико-технологической системе [Текст] / Т. И. Веретельник, Ю. Н. Дифучин // Вісник ЧДТУ. – 2008. – № 3. – С. 82–85.
9. Актершев, С. П. Моделирование вскипания метастабильной жидкости при наличии фронтов испарения [Текст] / С. П. Актершев, В. В. Овчинников // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. – 2013. – № 1. – С. 77–82.
10. Нигматулин, Р. И. Динамика и тепломассообмен парогазовых пузырьков с жидкостью [Текст] / Р. И. Нигматулин, Н. С. Хабеев // Некоторые вопросы механики сплошной среды. – М.: Ин-т механики МГУ, 1978. – С. 229–243.
11. Кулінченко, В. Р. Передумови створення математичної моделі – основні положення і рівняння руху Релея [Текст] / В. Р. Кулінченко, В. Л. Зав'ялов, Т. Г. Мисюра // Наукові праці Національного університету харчових технологій. – 2007. – № 22. – С. 36–41.
12. Долинский, А. А. Теоретическое обоснование принципа дискретно-импульсного ввода энергии. Модель динамики одиночного парового пузырька [Текст] / А. А. Долинский, Г. К. Иваницкий // Пром. теплотехника. – 1995. – Т. 17, № 5. – С. 3–28.

13. Pavlenko, A. M. Kinetics of Water Evaporation from Emulsions [Text] / A. M. Pavlenko, B. I. Basok // Heat Transfer Research. – 2005. – Vol. 36, Issue 5. – P. 425–430. doi: 10.1615/heattransres.v36.i5.100
14. Butcher, J. C. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations [Text] / J. C. Butcher – New York: John Wiley & Sons, 2008. – 482 p. doi: 10.1002/9780470753767
15. Кушнір, С. В. Барботажні хімічні ефекти: їх види, механізми виникнення та геохімічні прояви [Текст] / С. В. Кушнір, М. В. Кость, Р. П. Козак // Наково-технічні вісті. – 2016. – № 3 (20). – С. 30–47.
16. Ермолаева, Г. А. Технология и оборудование производства пива и безалкогольных напитков [Текст]: учеб. / Г. А. Ермолаева, Р. А. Колчева. – М.: ИРПО; Изд. центр «Академия», 2000. – 416 с.
17. Мосин, О. В. Физико-химические основы опреснения морской воды [Текст] / О. В. Мосин // Сознание и физическая реальность. – 2012. – № 1. – С. 19–30.
18. Семенов, М. Е. Синтез гидратов газов лабораторных условиях [Текст]: XVII междунар. науч.-практ. конф / М. Е. Семенов, Е. Ю. Шиц // Технические науки – от теории к практике. – Новосибирск: СибАК, 2013. – С. 55–61.
19. Okutani, K. Surfactant effects on hydrate formation in an unstirred gas/liquid system: An experimental study using methane and sodium alkyl sulfates [Text] / K. Okutani, Y. Kuwabara, Y. H. Mori // Chemical Engineering Science. – 2008. – Vol. 63, Issue 1. – P. 183–194. doi: 10.1016/j.ces.2007.09.012
20. Мельников, В. П. Релаксационный ЯМР-анализ фазовых превращений воды в дисперсной системе вода/гидрат фреона -12/углеводород при диссоциации гидрата [Текст] / В. П. Мельников, Л. С. Поденко, А. Н. Нестеров, А. М. Решетников // ДАН. – 2010. – Т. 433, № 1. – С. 59–61.